

Tutorato di AC310

A.A. 2012-2013 - Docente: Prof. Pierpaolo Esposito

Tutori: Dario Giannini e Giulia Salustri

TUTORATO 5

19 NOVEMBRE 2012

1. $\int_C \frac{\log^3(z)}{z} dz$, dove $C = \{|z| = 1 \text{ t.c. } \arg(z) \in [0; \frac{\pi}{2}]\}$.

Si consideri solo la determinazione principale del logaritmo.

2. Dimostrare che $\frac{1}{2\pi i} \int_{C_1} \frac{e^z}{z-2} dz = 0$

senza utilizzare né il metodo di Cauchy né il metodo dei residui.

3. Calcolare i seguenti integrali:

(a) $\int_{|z-2|+|z+2|=6} \frac{e^{3z}}{z-\pi i} dz;$

(b) $\int_0^{2\pi} \frac{\cos(3\theta)}{5+4\cos(\theta)} d\theta;$

(c) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+4)^2};$

(d) $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{1-2a\cos t+a^2}$, dove $|a| < 1$;

(e) $\int_0^{2\pi} \frac{\cos(mx)}{5+3\cos(x)} dx$, per $m \in \mathbb{N}$;

(f) $\int_0^{2\pi} \sin^2(x) dx;$

(g) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(x)}{x(1+x^2)} dx.$

4. Determinare il numero di zeri delle seguenti funzioni negli insiemi indicati:

(a) $z^4 - 3z^3 - 1$ in $B_2(0)$ e in $B_2(0) - B_1(0)$;

(b) $z^4 - 6z + 4$ in $B_2(0) - B_1(0)$;

(c) $4z^4 - 29z^2 + 25$ in $B_3(0) - B_2(0)$ e in $B_1(0)$;

(d) $z^6 - 6z^3 + z^2 - 1$ in $B_2(0) - B_1(0)$.

5. Per quali valori di k la funzione $f(z) = z^k + \sin(z)$ ammette k zeri in $B_R(0)$?